

分数阶混沌系统的 DSP Builder 设计方法

杨 宏^{1,2}, 李亚安¹, 李国辉^{1,2}, 何 健¹

(1 西北工业大学 航海学院, 陕西 西安 710072; 2 西安邮电学院 电信系, 陕西 西安 710061)

摘 要: 为了克服模拟电路分数阶混沌系统设计易受外界条件影响, 提出了一种基于 DSP Builder 设计分数阶混沌系统的方法. 以分数阶 Jerk 系统为例, 采用一种数字差分算法设计混沌系统, 分析了分数阶混沌系统的动力学特性. 仿真结果表明, 分数阶混沌系统的 DSP Builder 设计方法是一种有效的分析方法, 这为分数阶混沌系统的数字设计提供了新的思路.

关键词: 分数阶混沌系统; 一阶差分法; DSP Builder

中图分类号: TN75

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2010)10-0031-03

The Design Method for Fractional-Order Chaotic System Based on DSP Builder

YANG Hong^{1,2}, LI Ya-an¹, LI Guo-hui^{1,2}, HE Jian¹

(1 College of Marin, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China; 2 Department of Electronic and Information Engineering, Xi'an University of Post and Telecommunications, Xi'an 710061, China)

Abstract: To overcome the external conditions affected by the analog circuit's chaotic system, a method of designing fractional-order chaotic system based on DSP Builder is proposed. Taking the fractional-order Jerk system as an example, a difference method of first order is adopted and the dynamic characters of fractional-order chaotic system can also be analyzed. The simulate results show that the design method for fractional-order chaotic system based on DSP Builder is efficient. The digital realization of the fractional-order chaotic system has been provided a new way.

Key words: fractional-order chaotic system; difference method of first order; DSP Builder

1 引言

目前, 实施分数阶微积分运算的求解方法大多数是将分数阶近似成整数阶的形式, 利用求整数阶的方法来求解, 而工程上最常用的是时频域转换, 最后在频域中用分段线性近似法来实施计算. 分数阶混沌系统近似成整数阶混沌系统后, 用模拟电路设计易受外界条件影响, 如温度、工作电压、系统有关参数微小变化都会使电路系统的工作状态发生变化, 使系统由混沌状态变为周期状态^[1].

鉴于此, 本文尝试针对分数阶 Jerk 系统, 提出了一种基于 DSP Builder 设计分数阶混沌系统的方

法. 仿真结果表明, 分数阶混沌系统的 DSP Builder 设计方法是一种有效的分析方法^[2-3].

2 分数阶微分及其近似计算

分数阶微分的定义有好几种, 但在应用研究中使用较多的是 Riemann-Liouville (简称 R-L) 定义^[4], 其数学表达式如下:

$$\frac{d^{\alpha} f(t)}{dt^{\alpha}} = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} d\tau \quad (1)$$

式中, $\Gamma(\cdot)$ 为 Gamma 函数, $\alpha > 0, n-1 < \alpha < n$.

考虑函数 $f(t)$ 的初始值为零时, 式(1)的 Laplace 变换可表示为

$$L\left\{\frac{d^\alpha f(t)}{dt^\alpha}\right\} = S^\alpha L\{f(t)\} \quad (2)$$

因此,分数阶微分算子 α 可以在频域中用传递函数 $\frac{1}{S^\alpha}$ 表示. 由于分数阶微分标准定义不能直接在时域仿真中进行分数阶算子的运算,为了有效地分析分数阶动力学系统的混沌,需用标准整数阶算子来逼近分数阶算子,当然这种逼近是在允许的误差范围内,完全可满足工程的需要,文献[5]给出了一种近似方法. $s^{0.9} (\alpha = 0.1 \sim 0.9, \text{步长 } 0.1, \text{逼近误差 } 2\text{dB})$ 的逼近公式,如 $s^{0.9}$ 可近似为

$$S^{0.9} \approx \frac{s^3 + 36.15s^2 + 7.789s + 0.01}{1.766s^2 + 38.27s + 4.914} \quad (3)$$

3 分数阶 Jerk 混沌系统

分数阶 Jerk 混沌系统的数学表达式为

$$\begin{cases} \frac{d^\alpha x_1}{dt} = x_2 \\ \frac{d^\beta x_2}{dt} = x_3 \\ \frac{d^\gamma x_3}{dt} = ax_3 - x_2 + bx_1^2 - c \end{cases} \quad (4)$$

式中, $\alpha, \beta, \gamma, a, b, c$ 均为实数.

当 $\alpha = 0.9, \beta = \gamma = 1$ 时,式(4)变为 2.9 阶的分数阶系统.

将式(4)先做频域变换,经线性化处理后并将 $S^{0.9}$ 代入,再做时域变换,即可得到能对 2.9 阶 Jerk 方程实际近似计算的整数阶形式的状态方程组:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = x_3 \\ \frac{dx_3}{dt} = -36.15x_3 - 7.789x_2 - 0.01x_1 + 1.766 \times (ax_5 - x_4 + bx_1^2 - c) + 38.27x_5 + 4.914x_4 \\ \frac{dx_4}{dt} = x_5 \\ \frac{dx_5}{dt} = ax_5 - x_4 + bx_1^2 - c \end{cases} \quad (5)$$

将分数阶微分方程转化成整数阶微分方程,然后用整数阶微积分的方法对其进行理论分析和硬件设计. 改变 α, β, γ 的值可以得到 2.7 阶、3.1 阶、3.2 阶、3.3 阶的整数阶形式.

4 一阶差分算法

用模拟电路设计混沌系统,电路的行为与多种因素有关,不但对自身参数扰动非常敏感,而且对来自外界的影响也不容忽视,如温度、湿度、电压的变化等. 现在多数算法都能在数字系统上设计,开发流程比较快,而且采用数字电路方法实现,系统比较稳定,不易受其他因素的干扰,算法的改进也非常容易. 故尝试采用数字离散算法来设计分数阶 Jerk 混沌系统.

常规的解微分方程的方法主要是 4 阶定步长或 45 阶步长的龙格-库塔法. 由于这两种方法计算量大,不太适合用硬件实现. 因此,这里采用一种快速的数字差分算法,算法简单,计算量和存储量大大减少.

采用一阶离散化公式,取

$$\dot{x} = \frac{x(k+1) - x(k)}{dt} \quad (6)$$

将连续 Jerk 混沌系统离散化,取采样时间 $dt = 0.01\text{s}$,得到 Jerk 系统的离散化方程如下:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_2(k) * dt + x_1(k) \\ x_2(k+1) = x_3(k) * dt + x_2(k) \\ x_3(k+1) = -36.15x_3(k) * dt - 7.789 * x_2(k)dt - 0.01x_1(k)dt + 1.766 * [ax_5(k) - x_4(k) + bx_1^2 - c]dt + 38.27x_5(k)dt + 4.914x_4(k)dt + x_3(k) \\ x_4(k+1) = x_5(k)dt + x_4(k) \\ x_5(k+1) = ax_5(k)dt - x_4(k)dt + bx_1^2(k)dt - c + x_5(k) \end{cases} \quad (7)$$

通过上式可以看到,计算量主要是几个数乘和二次项相乘运算,计算量减少了很多,很适合在数字系统上实现.

5 分数阶混沌系统的 DSP Builder 设计

DSP Builder 是一个算法级设计工具,它作为 Matlab 的一个 Simulink 工具箱,提供了 Quartus II 和 MATLAB 或 Simulink 之间的接口模块,利用该模块可方便地把 MATLAB/Simulink 中的设计模型转换为 FPGA 可编译的 VHDL 文件, DSP Builder 将 The MathWorks MATLAB 和 Simulink 系统级设计工具的算法开发、仿真和验证功能与 VHDL 综合、仿真和 Altera 开发工具整合在一起,实现了这些

工具的集成. DSP Builder 在算法友好的开发环境中帮助设计人员生成 DSP 设计硬件表征,从而缩短了

DSP 设计周期. 根据式(7)在 DSP Builder 中构建 Jerk 系统如图 1 所示,其中采样时间为 $dt = 0.01s$.

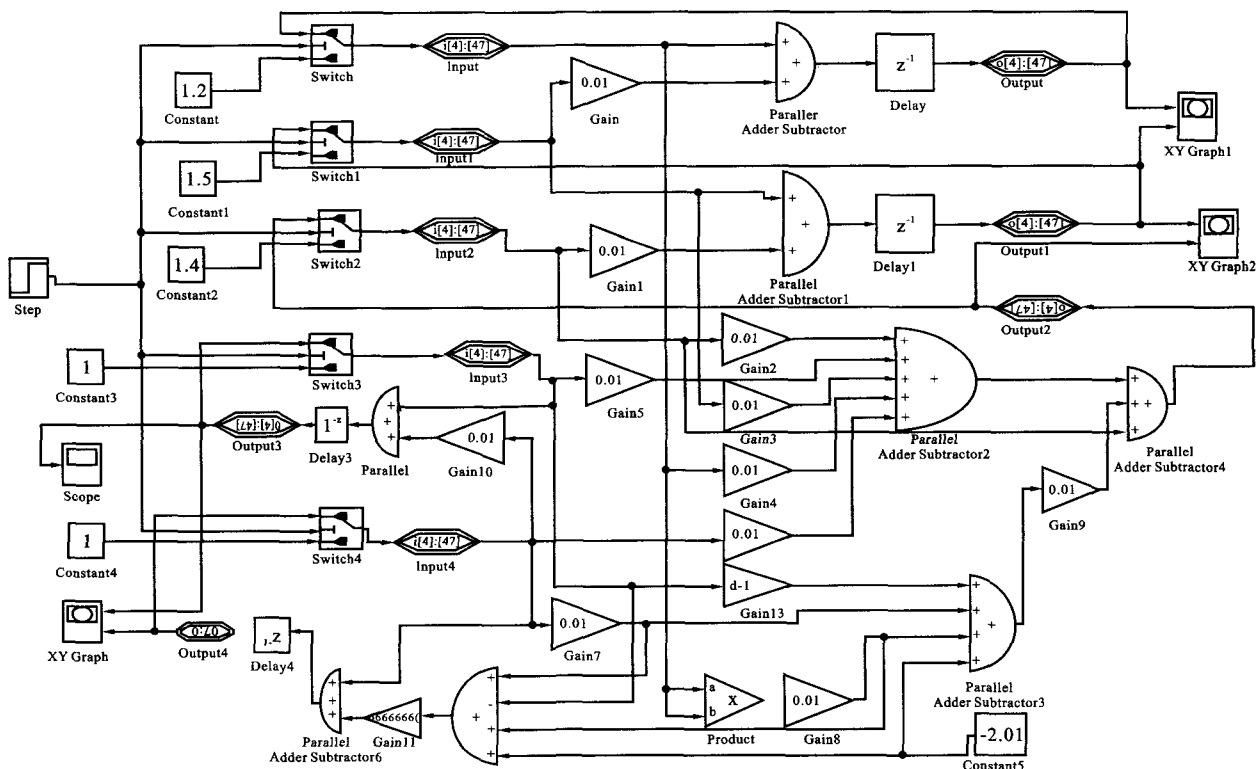


图 1 在 DSP Builder 中构建的分数阶 Jerk 混沌系统

仿真过程说明,该方法便于实际应用,初始值的选择对系统的行为会产生重要的影响,但在一定的初值范围内,均能产生稳定的混沌吸引子. 通过在 DSP Builder 软件平台上对分数阶 Jerk 系统进行仿真,仿真结果与参考文献[6]是一致的.

6 结束语

本文提出了一种设计分数阶混沌系统的方法. 仿真结果表明,分数阶混沌系统的 DSP Builder^[7-8]设计方法是一种有效的分析方法,这为混沌系统的数字设计提供了新的思路.

参考文献:

- [1] 李士勇,田新华. 非线性科学与复杂性科学[M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2006.
- [2] Mohammad S T, Mohammad H. Chaos control via a simple fractional - order controller [J]. Physics Letters A, 2008, 372(6): 798 - 807.
- [3] Wu Wen-jing, Chen Zeng-qi, Yuan Zhe-zhi. Local bifurcation analysis of a four - dimensional hyperchaotic system [J]. Chin Phys, 2008, 17(7):2420 - 2432.

- [4] 陈向荣,刘崇新,王发强,等. 分数阶 Liu 混沌系统及其电路实验的研究与控制[J]. 物理学报,2008,57(3):1416 - 1422.
- [5] Liu Chongxin, Liu Ling. Circuit implementation of a new hyperchaos in fractional - order system [J]. Chin Phys, 2008, 17(7):2829 - 2836.
- [6] Hartly T T, Lorenzo C F, Qammer H K. Chaos in a fractional order Chua's system [J]. IEEE Trans. CAS - I: 1995, 42(8): 485 - 489.
- [7] 谢秋云,肖铁军. 基于 DSP Builder 的语音端点检测的实现[J]. 微电子学与计算机,2008, 25(7):137 - 138.
- [8] 陈贵权. 关于分数阶 Jerk 模型混沌动力学行为遍历性的研究[D]. 成都:电子科技大学,2004.

作者简介:

杨宏女,(1981-),博士研究生. 研究方向为非线性、信号处理.

李亚安男,(1961-),博士,教授,博士生导师. 研究方向为非线性、信号处理.

李国辉男,(1978-),博士研究生. 研究方向为非线性、信息处理.

何健男,(1982-),硕士研究生. 研究方向为目标跟踪、信号处理.